孔国平《中国数学思想史》书摘

按：孔国平教授的《中国数学思想史》由南京大学出版社 2015 年 3 月出版。审稿人认为："全书以数学思想为主线，分数学思想的产生、数学思想的深入、数学思想的体系、数学思想的多样性、数学思想的理论化、数学思想的实用化和中西数学思想的融合等方面来展开阐述古代中国数学的发展，这是一种新的视角和编史体系"。同时指出：本书反映、吸收了上世纪七十年代以来国内外中国数学史研究的新成果，并采取了内史与外史相结合的论述方式，对中国古代重要数学思想的缘起兴衰，都能结合社会背景与文化传统进行分析说明，提出作者的观点和见解，"是一部有价值的学术著作"。今将其本书对墨家数学思想史的论述摘要成文，供读者阅读，并望提出批评。

墨家的逻辑思维其及数学思想

春秋战国时期各学派均有涉及数学的言论，但对数学思想的阐述最深刻而又比较全面的，当属墨家，其数学思想的主要特点是抽象的逻辑思维。

对数学思想而言，墨家可以说是异军突起。墨子（约前 468-前 376）名翟，是在孔子去世后不久出生的。他创立的墨家学说比儒家更重视自然科学，这与墨家的社会地位分不开。墨家成员多系手工业者，墨子本人就是一个手艺高超的制车工。墨者在长期的生产实践中，很自然地积累并总结出一些科学知识，包括数学知识。我国古代曾有许多能工巧匠，由于缺乏文化，其经验不能上升为理论；

也有许多知识分子轻视生产实践，不屑于总结自然科学知识。而墨子及其弟子则是生产者上升为知识分子的，文化知识及生产技能兼而有之，这无疑是他们进行科学研究的优越条件。更可贵的是，他们是有意识地对自然进行观察和研究的。

墨家对数学本身发生兴趣，他们不是像儒家那样把数学当作一种技能来传授，他们不大关心数学的起源和应用，而是进行比较纯粹的数学研究。墨家把形式逻辑用于数学，首先从实际中抽象出数学概念，然后在概念的基础上作出判断，进行推理，因而他们关于数学的论述具有较强的逻辑性和抽象性。墨子是与古希腊哲学家德谟克利特（Demokritos，约公元前 460-前 370）同时代的人。在对自然事物进行理论思考方面，他的风格与儒家迥异，倒是比较接近希腊人。儒家关心的是数学之用，而墨家关心的是数学自身的和谐与完美。

《墨子》一书便是墨子及其弟子的著作。《汉书·艺文志》著录《墨子》七十一篇，到宋朝前后亡佚了十八篇，现存五十三篇。其中第四十篇《经上》、第

四十一篇《经下》、第四十二篇《经说上》、第四十三篇《经说下》统称《墨经》[1]，含有丰富的自然科学内容。第四十四篇《大取》和第四十五篇《小取》专门讨论名辩之学，近代学者认为这两篇也应算在《墨经》之内，《墨经》便含有六篇了。本书所述墨家的数学思想，均源于此②[2]。

《韩非子·显学》说："世之显学，儒墨也。儒之所至，孔丘也。墨之所至，墨翟也。"这就是说，儒家和墨家是当时两个最显著的学派，有广泛的影响，儒家的圣人是孔丘，而墨家的圣人是墨翟。但就数学思想而言，墨家的认识无疑比儒家深刻得多。

（一）形式逻辑在数学中的应用

1. 概念与逻辑推理

墨家注意概念研究。《墨经·经上》对于一切事物都是先提出名词，再下定义，然后进行解释。例如，什么是时间？《经上》说："久，弥异时也。"《经说》解释道："久，古今旦莫。"久通宙，莫通暮。古今、旦暮为"异时"，而时间概念久（宙）是一切"异时"的概括。什么是空间？《经上》说："宇，弥异所也。"《经说》解释道："宇，东西家南北。"家即中，东、西、中、南、北为"异所"，而空间概念"宇"是一切异所的概括。这里所讲的时间和空间，已经不是直观的、特殊的对象，而是从特殊上升到一般，成为科学概念，以定义的形式反映出来。

在概念的基础上，墨家重视逻辑推理，提出一套以"辩"为核心的逻辑体系——辩学。《墨子·小取》篇道："夫辩者，将以明是非之分，审治乱之纪，明同异之处，查名实之理。"以便"摹略万然之然"。这是墨家逻辑思想的总原则，即以"万物之然"为依据判断是非，辨明名实，解说命题，所以能得出确切的科学知识。

从《墨经》来看，墨子已掌握同一律、排中律和矛盾律这三条形式逻辑基本定律。书中对任何名词的阐述都是前后一致的，符合同一律。《经上》第 73 条和 74 条则是对排中律和矛盾律的理性认识。

彼，不可两不可也。(《经上》第 73 条)

辩，争彼也。(《经上》第 74 条)

或谓之牛，或谓之非牛，是争彼也。是不俱当，必或不当，不当若犬。(《经说》)

彼即研究对象，某一对象的是与非，不能两者都不成立，故曰"不可两不可也"，这是排中律的明确表述。接下来举例：今有一物，一方说它是牛，另一方

[1]①晋朝鲁胜作《墨辩注》，把这四篇统称为"墨辩"，后世则称为"墨经"。
[2]由于《墨经》中并无其他作者署名，为叙述方便，本书谈到其作者时，一般称"墨子"。

说它不是牛，这便是争论研究对象。争论双方不可能都对，必有一方不对，故曰“不俱当，必或不当”。这说明墨子对矛盾律有清楚的认识。

在掌握形式逻辑基本定律的前提下，《小取》篇深入写道：“论求群言之比，以名举实，以辞抒意，以说出故。以类取，以类予。”这就是说，在探究各方言论时，要用概念反应现实，用命题表示判决，用推理阐述命题成立的理由。按类同原则由个别到一般进行归纳，再由一般到个别进行演绎。

推理的形式有四种。①辟：“辟也者，举物而以明之也。”即比喻。②侔：“侔也者，比辞而俱行也。”这是以公认的判断为前提，若命题与此相合则正确。③援：“援也者，曰子然，我系独不可以然也。”引对方的话，证明自己的结论。④推：“推也者，以其所不取之，同于其所取者，予之也。”把对方反对的观点和赞成的观点相比较，揭示二者的相同处，从而暴露对方的矛盾。可以看出，四种推理形式的本质是寻求同类，区别异类，以判断是非。

《墨经》中把上述逻辑方法用于研究数学、物理等自然科学。本书只讨论墨家的数学思想。当时算家多注意计算及应用，离不开筹算。而墨子却能突破筹算的局限，从实践中抽象出数学概念（以名举实），然后在概念的基础上作出判断（以辞抒意），并对一些重要的判断进行论证（以说出故），从而取得远高于其他学派的理论成果。

2.以名举实

名即概念，实是客观存在的事物。以概念说明事物，叫以名举实。《墨经》认为实是第一性的，名总是实的名，所以说：“名，实名。”又说：“实不必名。”（《大取》）即实不一定有名，从而正确阐释了名与实的关系。《墨经》把名分为达、类、私三类（《经上》），达名是普遍概念，类名是类别概念，而私名是具体概念。墨子很注意从实践中抽象出概念来，以准确的语言揭示其内涵，从而形成严格定义。

与数学相关的达名有：

(1)故，所得而后成也。(《经上》)

小故：有之不必然，无之必不然。大故，有之必然。(《经说上》)

前句说故是形成事物的原因。后句中的大故相当于充分条件，小故则是必要而非充分条件。纵观《墨经》全书，“明故”是一个重要思想，它把故上升到理论的高度，从命题关系的角度探讨故的实质，从而有大故、小故之分。《墨经》举了一个小故的例子：“体也，若有端。”这里的体指部分，端指点，隐含着三段论的推理模式：部分是整体的小故，而点与线是部分与整体的关系，所以点是线的小故。小故和大故的区分在哲学史和数学史上都是十分重要的事件，它为科学研究提供了一个新的思想工具。

(2)法，所若而然也。(《经上》)

法：意、规、圆三也俱，可以为法。(《经说上》)

前句给出法的定义：法是形成某种事物的依据。(“若”即依据）后句是数学中的例子：意是圆的概念，规是画圆的工具，圆是用规画出的图形。这三者结合起来，才成为法。这一论述深刻反映了如下的认识规律：具体抽象思维中的具体。墨家从具体图形中抽象出圆的概念，这是第一个飞跃——从具体到抽象；又以这一概念为指导，采用恰当方法把圆作出来，这便实现了第二个飞跃——从抽象到思维中的具体。这时的具体已不同于抽象之前的具体了。那时的具体是感性的，而这时的具体已经是理性的，是明确概念内涵的具体了。

(3)体，分于兼也。(《经上》)

体：若二之一，尺之端也。(《经说上》)

体是兼的部分。例如一是二的体，端是尺的体；或者说二是一的兼，尺是端的兼（尺即线，端即点）。可见这一概念不仅适用于算术，也适用于几何。

(4)损，偏去也。(《经上》)

损：偏也者，兼之体也，其体或去或存，谓其存者损。(《经说上》)

这里的偏和损都是兼中之体，从兼中减去一体，则去者为偏，存者为损。

以上的故、法、体、损、偏等，都是具有普遍意义的概念，属于“达名”。

数学中的类名有：

(1)穷，或有前不容尺也。(《经上》)

穷：或不容尺，有穷；莫不容尺，无穷也。(《经说上》)

这里严格区分了有穷和无穷两个对立的概念。用线段去量一个区域(即“或”)，若出现与边缘的间隔不足一线的情况叫有穷；若无论量多少次，与边缘的距离总超过一线，或者说不能达到边缘，就叫无穷。有穷和无穷是数学中的两个重要概念，《墨经》的定义与现代科学相符。

(2)端，体之无厚[3]而最前者也。(《经上》)

体即部分，厚即大小。线被分割成部分后，端处于它的最前面而且没有大小。显然，端就是一般的几何点。

数学中的私名（具体概念）有：

(1)平，同高也。(《经上》)

两线间的高（即距离）处处相等，叫平。

(2)同长，以正相尽也。(《经上》)

(3)中，同长也。(《经上》)

(2)和(3)有逻辑联系，可看作一组名。它首先定义了同长，然后以同长来定

[3]厚，原作序。据孙诒让《墨子闲诂》第282页改。

义中。“以正相尽”的意思是两条线段重合。

（4）直，参也。(《经上》)

参即三，三点共线为直。

（5）圆，一中同长也。(《经上》)

圆：规写攴①[4]也。(《经说上》)

（6）方，柱隅四讙也。(《经上》)

方：矩见攴也。(《经说上》)

这里给出基本几何图形——圆和方的定义。到一个中心距离相等的图形叫圆；四边都是直的而且四角都是直角的图形叫方。应该指出这组定义是在与名家辩论中发展起来的。惠施[5]说：“规不可以为圆。”意思是用规作出的圆不可能绝对符合“一中同长”。墨家反对这种脱离实际的纯粹思辨。他们认为，只要用规轻轻地一画（写即画），圆便作出了。惠施说：“矩不方。”而墨家认为，只要把矩轻轻地放在图上，就可以检验其是否为方了。我们从中可以看出墨家与名家思维方式的不同：墨家认为：“名，实名。”主张由实到名，而名家则脱离了现实，刻意追求思维上的严密。

（7）有间，中也。(《经上》)

有间：谓夹之者也。(《经说上》)

（8）间，不及旁也。(《经上》)

间：谓夹者也。(《经说上）

（9）纑，间虚也。(《经上》)

纑：虚也者，两木之间，谓其无木者也。(《经说上》)

这是一组论述几何区间的名。“有间”是包含边界的区间（夹之即含边界）。间则不包含边界。若区间内空无所有（“间虚“）则成为纑。显然，这组概念蕴含了闭集、开集与空集的思想。

（10）撄，相得也。(《经上》)

相得即相遇，相遇为撄。

3.以辞抒意

辞即命题，它是由名组成的。辞所表达的意即判断。《墨经》把辞分为或、假、效三类（《小取》)。或相当于选言判断，假相当于假言判断，效相当于定言判断。《小取》云：“中效则是也，不中效相非也。”效实际上包含了今天的性质判断和关系判断两类。

（1）儇，俱柢。[6]（《经上》)

---

[4]攴,音 pū，轻轻地。

[5]本文中的惠施言论，取自曹基础《庄子浅注・天下》。

[6]柢，原作秪，据谭戒甫《墨辩发微》第 126 页改。

这是一个性质判断。儇即环，柢原意为树根，这里指圆环与地面接触的地方，即切点。圆环在地面转动时，环上每一点都可与地面接触，故曰：“俱柢。”本条与惠施“轮不碾地”的观点相反（见第五节）。

（2）无盈无厚。(《经说上》)

这是一个假言判断，无所容纳则没有体积。

（3）撄：尺与尺俱不尽，端与端俱尽，尺与端或尽或不尽，坚白之撄相尽，体撄不相尽。(《经说上》)

句中五个性质判断，全是在“撄”这个名的基础上作出的。两线相遇，不能重合；两点相遇，必能重合；点与线相遇，就点说与线重合，就线说与点不重合（“或尽”指端言，“或不尽”指尺言）；石之坚、白同在，即坚、白重合；两部分相遇则不能重合。墨子的“坚白“之说，受到公孙龙的批评，后者提出不同的意见——“离坚白”(见第五节)。

（4）仳，有以相撄，有不相撄也。(《经上》)

仳，两有端而后可。(《经说上》)

前句是选言判断。仳即比，同类图形相比②[7]，有的部分重合，有的部分不重合。如线段 AB 与 CD 相比，把 AB 放在 CD 上，使 A 与 C 齐，B 落在 E 上，则 AB 与 CE 重合，不与 ED 重合，ED 为 CD 长于 AB 之量（图 3-6）。后句是假言判断，图形相比，须各有起止端才行。

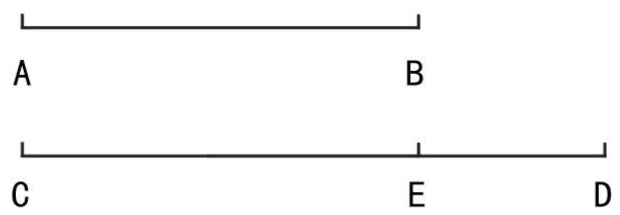

图3-6

（5）小圆之圆与大圆之圆同。(《大取》)

这是关系判断。小圆与大圆都是符合“一中同长”的图形。从这个意义上说，小圆与大圆相同。

4.以说出故

说即论证或推理，故是命题成立的原因或条件。说也是以名为基础的，有了名才能进行推理，才能由已知推出未知，正如《墨经》所云：“夫名，以所明正所不知。”(《小取》)

[7]《墨经》说“异类不比”(《经下》)。

（1）一少于二而多与五。说在建位。(《经下》)

一：五有一焉，一有五焉；十，二焉。(《经说下》)

“一少于二而多于五”是一个关系判断，它采用了矛盾形式的表述法。一少于二，似乎更应少于五，却说多于五。两个属性一正一反，处于一个统一体中，这在《墨经》中称为“同异交得”(《经上》)，从中可以看到名家“合同异”的影响。《墨经》把矛盾归于不同角度的理解，从而解决了矛盾。“说在建位”，即通过建位可推得这一判断。

“五有一”，这里的一是个位的一；“一有五”，这里的一是十位的一。十位的一就是十，由两个五组成，所以说“十，二焉”。个位的一少于二而十位的一多于五，从而推出“一少于二而多于五”。

（2）非半弗斫则不动。说在端。(《经下》)

前则中无为半，犹端也。前后取，则端中也。(《经说下》)

斫即砍，分割之意。非半弗斫即每斫必半。“非半弗斫则不动”是一假言判断，意思是如果按这种方法不断地分割下去，最后必达到一个不可分割（即“不动”）的端。

《经说》中具体论证了端的存在性。如果采用进前取的方法，把线段分为前后两半（比如以左为前，右为后），取前半（图 3-7 中 AO）而弃去后半，再取前半的前半（即 AC），如此不断地分割取舍，剩余部分小到不能再分为两半（即“中无为半”），就是端（A 点）。如果采用前后取的方法，即第一次取线段前半，第二次取前半的后半，第三次取后半的前半……取到最后也会出现一个不可分割的端，这个端位于 C、O 之间。

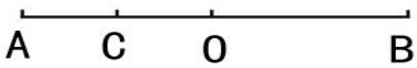

图3-7

这种分割法也受到名家的批评，惠施说:“一尺之棰，日取其半,万世不竭。”这就是说，惠施以为分割过程是无限的。但过程的结果呢？他没有说。虽然其中隐含着极限思想，但他认为这个极限永远也达不到。墨子则认为通过不断逼近的方法，最后必能达到极限位置——不可分割的端。数学分析中用区间套来限定一个实数点的方法，与《墨经》的方法类似。因此，我们可以把《墨经》中的分割思想看作区间套原理的雏形。其中含有“点是线段无限分割之极限”的思想。

（3）无穷不害兼。说在盈否。(《经下》)

人若不盈无穷，则人有穷也，尽有穷，无难。盈无穷，则无穷尽也，尽无穷，无难。(《经说下》)

“无穷不害兼”是一性质判断，谓人虽无穷而不害于兼爱。“说”中用了两个

假言判断，归纳出人类可以尽爱的结论。人类若不充满无穷的土地，则人数是有穷的，数尽有穷的人并不困难。人类若充满了无穷的土地，既然是充满，则这样的无穷仍是有尽的。如是而尽爱之，也不困难。《墨经》实际是把无穷当作一个完成了的整体，犹如把圆周上所有的点当作一个整体一样。其本质是“无穷可尽”，这种思想在下条“说”中体现得更清楚。

（4）不知其数而知其尽也。说在问者。（《经下》）

不知其数，恶知爱民之尽之也？或者遗乎？其问也，尽问人，则尽爱其所问。

若不知其数而知爱之尽之也，无难。（《经说下》）

“不知其数而知其尽”的意思是不知道人的确切数目但可以知道所爱的已是所有的人。你问一个，就数一个，所有问到的人我都爱。即使不知道确切数目，但知道尽爱了所有的人，这是没什么困难的。从而导出“不知其数而知其尽”的命题。

（二）对“整体”与“无限”的认识

在墨子的数学思想中，整体观及无限论具有特殊的意义。

墨子所云“体，分于兼也。”便是整体观的简明表述。体即部分或个体，兼指整体。由于墨子对整体与部分关系的深入研究，使他产生了集合思想的萌芽。他说：“损，偏去也。”这里的偏和损都是兼中之体，相当于集合“兼”的子集。墨子还注意到一条线段可能包括其端点，也可能不包括端点，于是提出“有间”和“间”两个相关的概念：“有间，谓夹之者也。”“间，不及旁也。”很明显，“夹之”即含边界而“不及旁”即不含边界，所以“有间”和“间”相当于今天的闭区间和开区间，或者说闭集和开集。

在几何研究中，墨子完整地提出了几何基本元素——点、线、面、体的概念，分别称之为端、尺、区、厚（《经上》）。他还从整体上把握同类图形的特点，提出“小圆之圆与大圆之圆同”（《小取》），就是说圆不论大小都是相似的。

由于墨子具有整体观，所以他能比较深刻地认识数学的本质。抽象性是墨子数学思想的特点，而抽象思维的最高境界，则表现在他对“无穷”的认识。

《墨经》中说“久，有穷无穷。”（《经下》）明确肯定了时间既是有限（一段）又是无限（整个时间）的。句中的“无穷”实际是无穷大。在数学上，墨子的无穷思想更为具体，他用一个长度单位来界定无穷大，即“或不若尺，有穷；莫不容尺，无穷也。”同时代的阿基米德已认识“有穷”，后人规范为“阿基米德公理”：

“对于任意的两个正实数 a，b，必存在一个自然数 n，使得 na＞b。”当时的交通不发达，墨子和阿基米德都不知道有对方，更谈不上交流了。但在承认无穷并予以界定方面，墨子的思想比阿基米德更为深刻。《墨经》中的定义揭示了无穷大的本质，达到了当时人类对无穷大认识的高峰。

另一方面，墨子对无穷小也有认识，这首先表现在他对时间的阐述：

始，当时也。(《经上》)

时，或有久，或无久；始，当无久。(《经说上》)

句中的“久”指时间长度，“有久”即有时间长度，“无久”即没有时间长度或曰时间长度为零。“始”便是量度为零的时间点，但不是“无”。这种思想也表现在他对“端”的定义：“端，体之无厚而最前者也。”《墨经》云：“厚，有所大也。”(《经上》）厚就是有一定的大小，无厚即没有大小，可理解成量度为零。几何点“端”和时间点“始”都是不可测量的，但都不是“无”，其中蕴含着“无穷小”思想。如何达到无穷小的“端”呢？这就要靠前面提到的“无限分割法”了。

在认识无穷小的基础上，《墨经》提出“次”概念，表达了“不可分量可积”的思想①[8]：

次，无间而不相撄也。(《经上》

次，无厚而后可。(《经说上》)

不可分量的特征有二：一是不可分割，二是不可度量。“无间而不相撄”，是说排列的东西没有间隙又不相重叠，“无厚而后可”是说没有大小的东西可积累成有大小的东西，因为“无厚”不是什么都没有，而是一个存在物，这与名家所谓“无厚不可积”的观点是对立的。在墨家看来，点是没有长度的，但可以积累成有长度的线段；线是没有面积的，但不管是横线还是纵线，都可积累成一块面积。《墨经》的“广修，坚白”条（《经下》第四条）便认为，一块面积既可看作由无数的横向线段（广）组成，又可看作由无数纵向线段（修）组成，所以“广”充满了“修”，就像一块石头既坚又白一样，这叫“相盈”。

墨家的“无穷分量可积”的思想虽不严密，但很深刻，这是人类抽象思维发展到一定阶段的产物。古希腊的毕达哥拉斯学派也曾提出由点组成线，再由线组成平面图形的观点。从哲学背景来说，墨家的观点可能受到道家思想影响，因为在道家看来，人们无法通过感官来感知的“道”不仅存在，而且可以化生万物。把这种思想用于数学，不可度量的点生成可以度量的图形便很自然了。

墨子以无穷思想分析整体，得出“无穷不害兼”的著名命题，表现了他的整

---

[8]这一观点参考了邹大海“《墨经》‘次’概念与不可分量”。

体观及无限论的统一。句中的“兼”指兼爱，已如前述，这说明墨子的科学思想也可用于“兼爱”这样的政治观点。但我们不能因此忽略它的科学意义。实际上，《墨经》中多处谈到“兼”(至少有六处)，除此处外均指整体，与“兼爱”无关。此处解作“兼爱”，应看作原意的引申。笔者认为，“无穷不害兼”的原意是：无穷思想适用于整体，若把整体分解成无穷多个部分，这些部分的全体仍构成这一整体。换句话说，含有无穷个部分的整体之每一部分对构成整体都不可或缺。

（三）墨子数学思想对后世的影响

如果我们把《墨经》中的数学条文同古希腊数学比较一下，就会发现在数学思想上有相通之处，主要表现在数学的抽象性和逻辑性方面。但这种思想在西方持续发展，在中国却没有被继承。从我国最早的数学体系——汉代成书的《九章算术》中，看不到墨家思想的影响。这是为什么呢?

首先，封建专制的思想统治，是科学发展的障碍。秦始皇的焚书运动，禁锢了人们的思想，春秋战国时代活跃的学术气氛不复存在。汉初，百家略有抬头，汉武帝便颁布了“罢黜百家，独尊儒术”的政令，从而完全结束了延续几百年的百家争鸣的局面。在严厉的思想统治下，儒家以外的各家，再没有自由思考余地，哪里还谈得上发展学术思想呢？

其次，中国的学术与政治关系过密，学术之争带有浓厚的政治色彩。一派在政治斗争中的成败，往往决定其学术思想的兴衰。墨家与各家之争，也首先是政治斗争。墨子有不少关于自然科学的论述是为其政治观点服务的。毫无疑问，以“兼爱”、“非攻”为主要特征的墨家政治学说代表了百姓的利益，是进步的。但在当时的历史条件下，统治者是不会采纳这种学说的。他们为了称霸，需要诉诸武力；为了排除异己，又离不开严刑苛法——这都是法家所主张的。而在统治地位相对稳固以后，为了加强对人民的思想控制，让人民顺从，就需要一套封建伦理——这是儒家学说的内容。所以，秦始皇尊法而汉武帝尊儒，决非偶然。墨家的政治学说不为统治者所用，墨家也就逐渐衰落下去，墨家在自然领域的探索精神被人们淡忘了。

但是，墨家学说并未失传，在秦汉时期不绝如缕。魏晋时代，儒家的一统地位受到动摇，以道家思想为核心的玄学成为时尚，思辨之风盛行。被冷落数百年的墨学也在一定程度上复兴，出现了鲁胜的《墨辩注》。墨子的数学思想受到大数学家刘徽的重视，他在《九章算术注》中明确提到《墨子》一书。在对于“无穷”特别是不可分量的认识上，刘徽熟悉墨家和名家的争论，他采纳并发扬了墨家的“不可分量可积”的观点。

刘徽在比较底面积和高相等的两个几何体时说："推此上连无成不方，故方锥与阳马同实。"[9]句中"成"即层，"方"指面积，"无成不方"即每层面积相等。全句的意思是：由于方锥和阳马在等高处的截面积相等，所以方锥和阳马的体积相等。这实际是被今人称为"祖暅公理"的雏形。祖冲之、祖暅父子在求牟合方盖体积时，通过截面的面积关系考虑立体的体积关系。他们和刘徽一样，都把立体看作由一系列截面积合成。从中可以看到墨子的"无穷分量可积"思想的影响，因为对于立体而言，截面便是不可分量。

刘徽认为线可积成面，面可积成体，他甚至用到构成面积的线的平均量，如圭田术注中的"中平之数"，环田术注中的"中平之周"，以及他在注释城、垣、沟、渠的体积（或容积）公式时所云"中平之广"等。中国古代广泛存在着"积微成著"的思想，墨、儒、道、法等各家著作中都有记载，刘徽肯定知道。当"微"小到不可分时，便产生不可分量可积的思想。刘徽把这种思想用于数学公式的推导，一方面说明墨家数学思想对后世数学的影响，另一方面说明墨家发展出这一思想是很自然的。

刘徽的"割圆术"也受到墨家思想的影响，"以至于不可割"即把圆周分割到不可分量[10]，从而得到一个和圆重合的正无穷多边形，通过三角形面积公式求得圆面积公式。这实际是不可分量可积思想的体现，但已突破不可分量的量度为零这一限制。（详见第四章）

---

[9]《九章算术注》商功章羡除术注。方锥即正棱锥，阳马是一条棱垂直于底面矩形的四棱锥。
[10]《九章算术注》方田章圆田术注。